تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

أكاديمية الجهة الشرقية

سلسلة رقم 8: الدوال الأسية

المستوى : الثانية باك علوم فيزيائية وعلوم الحياة والأرض والعلوم الزراعية

الأستاذ: نجيب عثماني

تمرين1: ليكن a عددا حقيقيا, و b عددا من $\mathbb{R}^{*+}$ بسط ما يلي :

$A=e^{\ln(b)}-\ln\left(2e^b\right)-\ln\left(\frac{e}{2}\right)$ و $B=\frac{\left(e^a\right)^5\times e^{3-a}}{\left(e^{1+\frac{3}{2}a}\right)^2}$

نضع: $f(x)=e^x-2e^{\frac{x}{2}}$ أحسب $f(2\ln 3)$

تمرين2: بسط ما يلي: $A=e^{-x}\times e^{2x}$, $B=\left(e^{2-x}\right)^2\times e^{3x-4}$ $C=\sqrt{e^{2x}}\times e^{-x}$

$D=\frac{e^{2x}\times e^{3x}}{\left(e^x\right)^4}$, $E=e^{2x}\left(\left(e^x+e^{-x}\right)^2+\left(e^x-e^{-x}\right)^2\right)$

تمرين3: حدد مجموعة تعريف الدوال المعرفة كالتالي :

$f(x)=e^{\frac{3x-1}{x^2-2x}}$ و $g(x)=\frac{3x-1}{\left(e^x\right)^2-1}$

تمرين4: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

1) $e^{1-x}\times e^{2x}=e$ 2) $\frac{e^{2-x}}{e^{1+2x}}=e^{x-1}$ 3) $e^{2x}-5e^x+6=0$

تمرين5: حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية:

1) $e^{-3-x}\times e^{1+2x}>\frac{1}{e^x}$ 2) $\frac{1}{e^{x+1}}\geq e^{1-x^2}$

تمرين6: حل في $\mathbb{R}^2$ النظمات التالية:

1) $(S_1)\begin{cases}2e^x+3e^y=8\\ e^x+e^y=3\end{cases}$ 2) $(S_2)\begin{cases}e^xe^y=10\\ \frac{e^x}{e^y}=\frac{2}{5}\end{cases}$

تمرين7: أحسب النهايات التالية: 1) $\lim_{x\to-\infty}(2x-1)e^x$

2) $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x+3}{x}$ 3) $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x+3x}{x^3}$

تمرين8: أحسب النهايات التالية :

تطبيق الخاصية: $\lim_{x\to+\infty}e^x=+\infty$ و $\lim_{x\to-\infty}e^x=0^+$

1) $\lim_{x\to-\infty}\frac{e^x+1}{e^x+2}$ 2) $\lim_{x\to-\infty}e^{-x+1}$ 3) $\lim_{x\to+\infty}e^{-x+1}$

4) $\lim_{x\to-\infty}e^x+e^{-x}$ 5) $\lim_{x\to+\infty}e^{\frac{-x+1}{x^3+5}}$ 6) $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x-1}{e^x+1}$

تطبيق الخاصية: $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x}=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^n}=+\infty$

7) $\lim_{x\to+\infty}2x-e^x$ 8) $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x-1}{x^2}$ 9) $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^2+3x}$

10) $\lim_{x\to+\infty}3x^3-e^x$ 11) $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x+3x}{x^3}$

12) $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^{2x}}{x^3}$ (ضع $2x=X$) 13) $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^{3x}}{x}$ 14) $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^{2x}}{x^3+x+1}$

تطبيق الخاصية: $\lim_{x\to-\infty}xe^x=0^-$ و $\lim_{x\to-\infty}x^ne^x=0$

15) $\lim_{x\to-\infty}(3x-1)e^x$ 16) $\lim_{x\to-\infty}\left(x^5-4x^3\right)e^x$ 17) $\lim_{x\to0^-}\frac{1}{x}e^{\frac{1}{x}}$ 18) $\lim_{x\to-\infty}\left(x^3-2x\right)e^{2x}$

تطبيق الخاصية: $\lim_{x\to0}\frac{e^x-1}{x}=1$

19) $\lim_{x\to0}\frac{e^{2x}-1}{3x}$ 20) $\lim_{x\to+\infty}x\left(e^{\frac{1}{x}}-1\right)$

21) $\lim_{x\to1}\frac{e^{1-x}-1}{x-1}$ 22) $\lim_{x\to0}\frac{e^{-x}-1}{x}$ 23) $\lim_{x\to0}\frac{e^{x+1}-e}{x}$

(استعمال المشتقة)

تمرين9: أحسب مشتقة الدالة. $f:x\mapsto e^{x^2-x}$

تمرين10: أحسب $f'(x)$ في الحالات الآتية:

1) $f(x)=e^{3x}+e^x$

2) $f(x)=2x-e^{-x}$ 3) $f(x)=x^2e^{-x}$

4) $f(x)=(2x-1)\left(e^x-1\right)$

5) $f(x)=(x-1)e^{-\frac{1}{x}}$ 6) $f(x)=\sqrt{e^{2x}-e^x}$

7) $f(x)=e^{x\ln x}$

8) $f(x)=\left(e^x-4\right)\sqrt{e^x-1}$ 9) $f(x)=\frac{2}{(x-1)^2}e^{\frac{x+1}{x-1}}$

تمرين11: حدد دالة أصلية للدالة f على المجال I

1. $I=\mathbb{R}; f(x)=2e^{3x}-e^{-x}$

2. $I=]0;+\infty[; f(x)=\frac{e^{2x}}{\left(e^{2x}-1\right)^2}$

3. $I=\mathbb{R}; f(x)=e^x\left(e^x-1\right)^3$

4. $I=[0;\pi]; f(x)=\sin xe^{\cos x}$

5. $I=]0;+\infty[\quad f(x)=\dfrac{e^x-1}{e^x-x}$

تمرين12: نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي:
$f(x)=e^{2x}-2e^x$

1. أدرس تغيرات الدالة f ثم أعط جدول تغيراتها
2. حدد دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

تمرين13: أحسب $f'(x)$ في الحالات الأتية على المجال I

1. $f(x)=e^{x^2-3x} \ , \ I=\mathbb{R}$
2. $f(x)=(x-1)e^{\frac{1}{x}}; I=]0;+\infty[$
3. $f(x)=x-\dfrac{e^x-1}{e^x+1}; I=\mathbb{R}$

تمرين14: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات و المتراجحات الآتية:

$2^{x+1}=8^x$ (1 $\quad 3^x=12$ (2 $\quad 5\times 2^x+2^{x+1}-336=0$ (3

$2^{x-1}>4^x$ (4 $\quad (0,5)^{2x}\geq(0,5)^{x+1}$ (5

تمرين15: حل في $\mathbb{R}$ المعادلة الآتية: $100^x+40=14\times10^x$

تمرين16: لتكن f الدالة العددية المعرفة ما يلي:
$f(x)=(x-1)e^x$

1. حدد D_f أحسب النهايات عند محدات D_f
2. أحسب $f'(x)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f
3. أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$
4. أدرس تقعر (C)
5. أنشئ المنحنى (C)

تمرين17: المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(o;\vec{i};\vec{j})$

لتكن f الدالة المعرفة كالتالي: $f(x)=x-1+\dfrac{3}{e^x+1}$

1. حدد D_f و أحسب النهايات عند محدات D_f
2. حدد تغيرات f و أعط جدول التغيرات
3. تحقق من أن : $(\forall x\in\mathbb{R}); f(x)=x+2-\dfrac{3e^x}{e^x+1}$
4. حدد معادلة المقاربين المائلين لمنحنى f
(مع تحديد الوضع النسبي)

تمرين18: لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^+$ بما يلي:
$f(x)=(e^x-4)\sqrt{e^x-1}$

1. أحسب النهاية: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
2. بين أن لكل x من $\mathbb{R}_+^*$: $\dfrac{f(x)}{x}=\dfrac{e^x-4}{\sqrt{e^x-1}}\cdot\dfrac{e^x-1}{x}$
3. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في النقطة 0 ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها
4. بين أن لكل x من $\mathbb{R}_+^*$: $f'(x)=\dfrac{3e^x(e^x-2)}{2\sqrt{e^x-1}}$

5. أدرس إشارة $f'(x)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f
6. أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$
7. أحسب $f(2\ln 2)$ ثم أنشئ المنحنى (C)

تمرين19: لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^+$ بما يلي:
$$f(x)=\frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}$$

1. حدد D_f و أحسب النهايات عند محدات D_f
2. أدرس تغيرات الدالة f ثم أعط جدول تغيراتها
3. بين أن f تقبل دالة عكسية معرفة على مجال J يجب تحديده
4. حدد $f^{-1}(x) \quad \forall x\in J$

تمرين20: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = 1-\ln(1+e^{-x})$.

ليكن (C) التمثيل المبياني للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm$.

1) أ . بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$. ما هو التأويل الهندسي للنتيجة المحصل عنها ؟

ب . بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

2) أ . بين أن $\forall x\in\mathbb{R} \ ; \ f(x)=x+1-\ln(1+e^x)$.

ب . استنتج أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل بجوار $-\infty$.

ج . حدد الوضع النسبي للمنحنيين (C) و (D) .

3) أ . بين أن $\forall x\in\mathbb{R} \ ; \ f'(x)=\dfrac{1}{1+e^x}$.

ب . ضع جدول تغيرات الدالة f .

ج . ادرس تقعر المنحنى (C) .

د . بين أن المنحنى (C) يقطع محور الأفاصيل في نقطة ينبغي تحديد أفصولها x_0 .

4) أنشئ المنحنى (C) في المعلم $(O;\vec{i}\ \vec{j})$.

5) أ . بين أن f تقابل من $\mathbb{R}$ نحو مجال J ينبغي تحديده .

ب . أحسب $f^{-1}(x)$ لكل x من J .

تمرين21: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = 3-\ln(1+e^{-x})$.

ليكن (C) التمثيل المبياني للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ما هو التأويل الهندسي للنتائج المحصل عنها ؟

تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

2) أ . بين أن

$\forall x\in\mathbb{R}\ ;\ f(x)=x+3-\ln\left(1+e^x\right)$.

ب . استنتج أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y=x+3$ مقارب مائل بجوار $-\infty$.

ج . حدد الوضع النسبي للمنحنيين (C) و (D) .

3) أ . بين أن $\forall x\in\mathbb{R}\ ;\ f'(x)=\frac{1}{1+e^x}$.

ب . ضع جدول تغيرات الدالة f .

ج . ادرس تقعر المنحنى (C) .

د . بين أن المنحنى (C) يقطع محور الأفاصيل في نقطة ينبغي تحديد أفصولها x_0 .

4) أنشئ المنحنى (C) في المعلم $(O;\vec{i}\ \vec{j})$.

5) أ . بين أن f تقابل من $\mathbb{R}$ نحو مجال J ينبغي تحديده .

ب . أحسب $f^{-1}(x)$ لكل x من J .

تمرين22: المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(o;\vec{i};\vec{j})$

لتكن f الدالة ا المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x)=\frac{e^{2x}+1}{\left(e^x+1\right)^2}$

1. تحقق من أن f دالة زوجية
2. أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أول هندسيا هذه النتيجة
3. أحسب $f'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم استنتج تغيرات f
4. بين أنه لكل $f''(x)=\frac{-2e^x\left(e^{2x}-4e^x+1\right)}{\left(e^x+1\right)^4}$
5. استنتج أن (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يجب تحديدهما
6. أرسم (C_f)

(نأخذ: $\ln\left(2+\sqrt{3}\right)=1{,}3$ و $\ln\left(2-\sqrt{3}\right)=-1{,}3$)

تمرين23: نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=\frac{x}{\ln(-x)};\ x\in\left]-\infty;-1\right[\cup\left]-1;0\right[\\ f(0)=0 \\ f(x)=e^{-x}+x-1;\ x\in\left]0;+\infty\right[\end{cases}$$

(C) هو التمثيل المبياني للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1. بين أن الدالة f متصلة في النقطة $x_0=0$
2. بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق في النقطة $x_0=0$
3. أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}$ و أعط تأويلا هندسيا
4. أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و بين أن (C) تقبل مقاربا مائلا بجوار $+\infty$
5. أدرس تغيرات الدالة f .
6. أنشئ (C)

تمرين24: المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(o,\vec{i},\vec{j})$ بحيث : $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$ وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كالتالي :

$$\begin{cases} f(x)=\frac{1}{x}e^{x-1};\ x<1;\ x\neq 0 \\ f(x)=1-(\ln x)^3;\ x\geq 1 \end{cases}$$

1) بين أن f متصلة في 1

2) أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to0^+} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to0^-} f(x)$

3) أدرس الفروع اللانهائية ل (C)

4) بين أن f قابلة للاشتقاق في 1

5) بين أن: $\begin{cases} f'(x)=\frac{x-1}{x^2}e^{x-1} \\ f'(x)=\frac{-3(\ln x)^2}{x} \end{cases}$

6) أدرس تغيرات f و حدد جدول تغيرات

7) بين أن: $\forall x\geq 1\ \ f''(x)=\frac{3\ln x}{x^2}(\ln x-2)$

8) حدد نقط انعطاف (C) إذا كان : $x\geq 1$

9) أنشئ المنحنى (C)

10) أ) بين أن الدالة h قصور f على المجال $I=\left]1;+\infty\right[$ تقبل دالة عكسية معرفة على مجال J يجب تحديده

ب) حدد $h^{-1}(x)$ $\forall x\in J$

11) أ) باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن :

$\int_1^e(\ln x)^2dx=e-2$ و أن : $\int_1^e(\ln x)^3dx=6-2e$

ب) استنتج المساحة الهندسية للجزء من المستوى المحصور بين المنحنيين (C) و (Δ) و المستقيمين : $x=1$ و $x=e$

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe. c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien